

# Laplaceovi operatorji verižnega kompleksa

Leon Lampret

21. in 28. marec 2018

Naj bo  $C_* : \dots \longleftarrow C_{k-1} \xleftarrow{\partial_k} C_k \xleftarrow{\partial_{k+1}} C_{k+1} \longleftarrow \dots$  verižni kompleks  $\mathbb{R}$ -modulov. Fiksirajmo skalarni produkt na vsakem  $C_k$  in naj bo  $\partial^h$  hermitiranka matrike  $\partial$ . Laplaceovi operatorji za  $C_*$  so  $\lambda_k = \partial_k^h \partial_k + \partial_{k+1} \partial_{k+1}^h : C_k \longrightarrow C_k$ .

Izkaže se (Eckmann 1945, Kostant 1961), da sta homologija in kohomologija kompleksa  $C_*$  izomorfni jedru Laplaciana:  $H_k C_* \cong \text{Ker} \lambda_k \cong H^k C_*$ . Matrika  $\lambda_k$  ima pogosto enostavnejšo obliko kot  $\partial_k$ , saj je veliko krajšanja med  $\partial \partial^h$  in  $\partial^h \partial$ .

Na predavanju bomo izrek dokazali ter si ogledali nekaj primerov uporabe za računanje homologije nad obsegom karakteristike 0.

## Literatura

- [1] Phil Hanlon: *The Laplacian method*, Springer, Symmetric Functions 2001, ©2001.
- [2] Beno Eckmann: *Harmonische Funktionen und Randwertaufgaben in einem Komplex*, Commentarii mathematici Helvetici **17**, 240–255, ©1945.
- [3] Bertram Kostant: *Lie Algebra Cohomology and the Generalized Borel-Weil Theorem*, Annals of Mathematics **74**, no. 2, 388—390, ©1961.